平成24年度　統計指導者講習会
高等学校　実践事例報告

教室内で体験できる！
データが散らばっている「感覚」を
標準偏差という「数字」で納得しよう

シミュレーション器材（パッティング機）を用いた
データの分析　教育実践報告

発表者　兵庫県立加古川北高等学校　教諭　林　宏樹
civic_15z@yahoo.co.jp
連名者　稲葉太一（神戸大学）
荒木孝治（関西大学）
（社)日本品質管理学会関西支部　品質管理教育教材開発研究会

「データの分析」を教える上での疑問

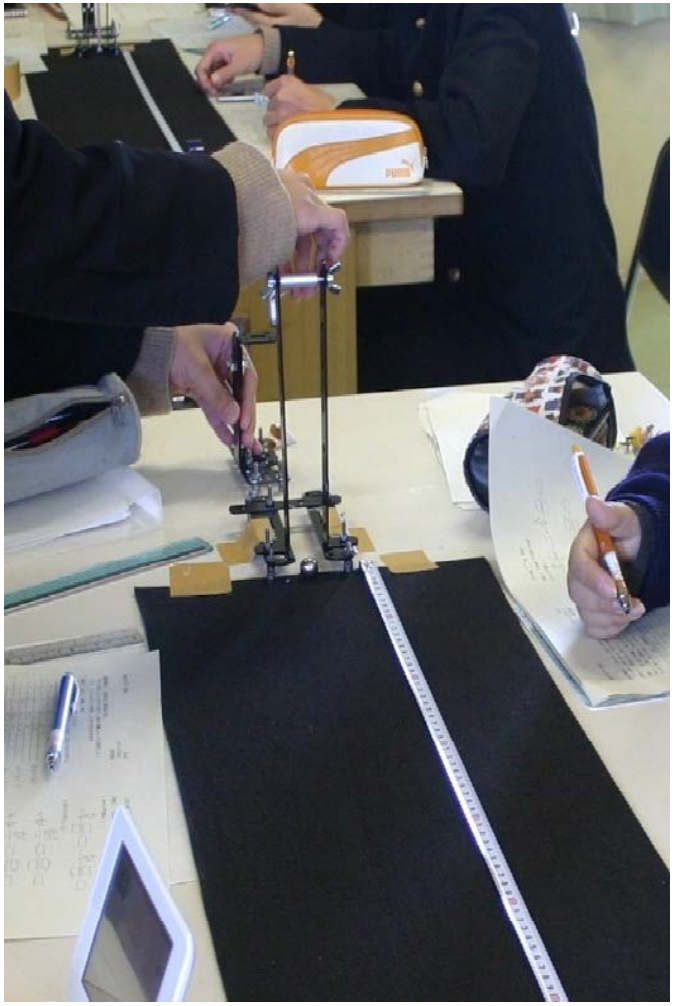
教科書の数字（与えられた数字）から、代表値を求めて、楽しいのか？

標準偏差　……　データの散らばりとは？
複雑な計算を公式にいれて計算するだけの数字

- データの散らばりって何？　なんとなくわかるけど。。。
- 教科書にある数字の表にある値を計算するだけで、
  標準偏差の意味ってわかるかな？
- （生徒にとっては、）（あまり日常に見慣れない人にとっては、）
  複雑な計算をさせられるだけになってしまわないかな。

授業で用いる器材

以下のような「パッティング機」を用いる。



工程能力指数について

今回の実習では、工程能力指数という値を使用する。標準偏差の値を使用して実施してもよかったが、生徒が企業で行っている内容と、授業で習う内容が近似していることを実感してほしいと願い、この値を使用する。

工程能力指数

$$Cp = \frac{\overbrace{S_u - S_L}^{\text{固定値}}}{6s}$$

標準偏差に依存する

（S_L は、上限規格値、S_u は下限規格値）

Cpが大きい　→　データの散らばりが小さい

Cpが 1 より大きい → 不良品の発生率 約1000分の3程度 ・・ 概ね良好

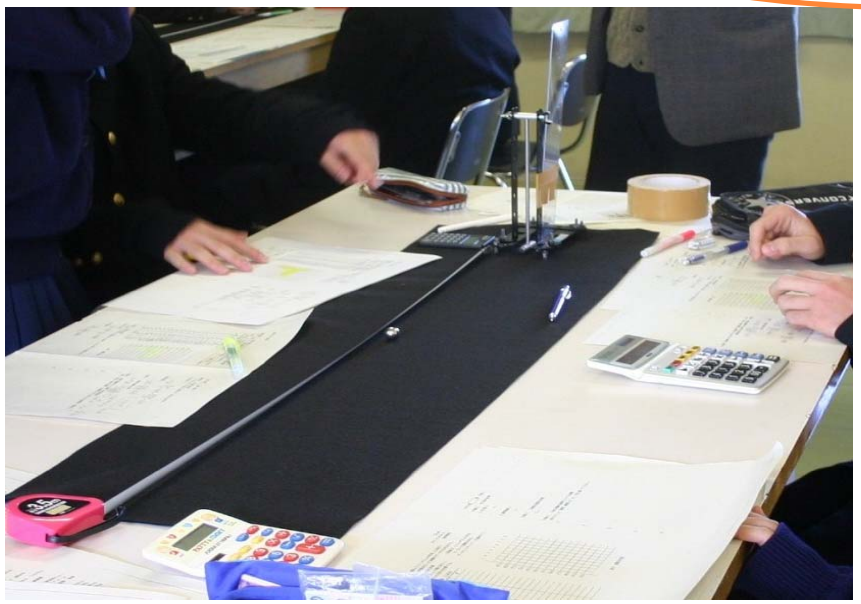
Cpが1.33より大きい → 不良品の発生率 約10000分の1程度 ・・ 良好

実習の流れ
（3種類の実習）

実習1:「何回転がしても、ちょうど60cmしか転がらないパッティング機を設定しよう」

自分の感覚だけでの実験(20回測定) → 分析 → 特性要因を考える → 要因を制御して実験(20回測定)

実験データを分析し、工程能力指数の変化を考察 → データが散らばっているという「感覚」と工程能力指数の「数字」がリンクするか？！



〔手順1〕　データとその２乗の計算

１回目のデータを表１の x_i の欄に記入し、その２乗を求め、これらの合計を計算する。

表１　計算補助表（１回目）

No.	x_i	x_i^2
1		
2		
3		
4		
5		
6		
7		
8		
9		
10		
11		
12		
13		
14		
15		
16		
17		
18		
19		
20		
計		

〔手順2〕ヒストグラムの作成

マーカーで度数をぬる。

データ１つで１マス（左詰めで！）

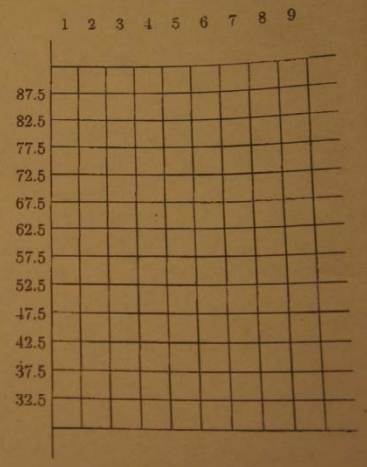


図１　度数分布図

〔手順3〕　平均値の計算

ここでは、データの和と２乗和を表１で計算

２年８組［　　］班　名前（　　、　　、　　、　　）

〔手順4〕　平方和の計算

ここでは、データの和と２乗和より、平方和を求める。

1) 平方和 S

$$S=\sum_{i=1}^{n}x_i^2-\frac{(\sum_{i=1}^{n}x_i)^2}{n}=\boxed{}-\frac{(\boxed{})^2}{\boxed{}}=\boxed{}$$

2) 標準偏差 s

$$s=\sqrt{\frac{S}{n-1}}=\sqrt{\frac{\boxed{}}{\boxed{}}}=\boxed{}$$

〔手順5〕　工程能力指数の計算

$$C_p=\frac{S_U-S_L}{6s}=\frac{\boxed{}-\boxed{}}{6\times\boxed{}}=\boxed{}$$

〔手順6〕　結果に影響を与える事柄（特性要因図）

下記に、今回の「転がり距離」に影響を与えると考えられる事柄を、列挙せよ。

1)

〔手順1〕　データとその2乗の計算

2回目のデータを表2の x_i の欄に記入し、その2乗を求め、これらの合計を計算する。

表2　計算補助表（2回目）

No.	x_i	x_i^2
1		
2		
3		
4		
5		
6		
7		
8		
9		
10		
11		
12		
13		
14		
15		
16		
17		
18		
19		
20		
計		

〔手順2〕ヒストグラム…

マーカーで度数をぬる。

データ1つで1マス（左詰めで！）

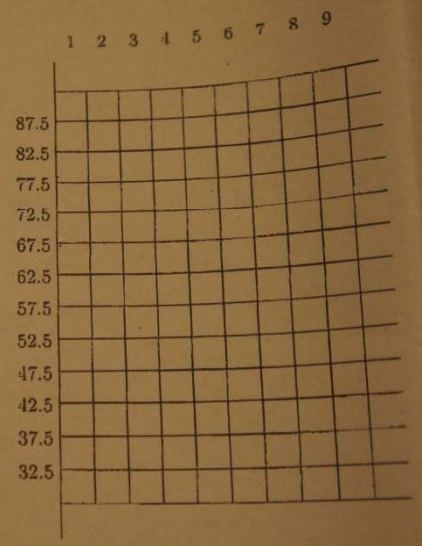


図2　度数分布図

〔手順3〕　平均値の計算

2年8組［　　］班　名前（　　）

〔手順4〕　平方和の計算

1) 平方和 S

$S =$

2) 標準偏差 s

$s =$

〔手順5〕　工程能力指数の計算

$C_p =$

〔手順6〕　2回の実験の結果についての考察

気付いたこと（疑問、感想など）を、下記に書いてください。

1)

2)

実習2：「振り上げ高さと転がり距離との関係を調べる」

任意の振り上げ高さに対する転がり距離を測定 → 散布図の作成 → 回帰直線を求める → ちょうど60cm転がるときの振り上げる高さを求める

それぞれの班で考えた20種類の高さによる転がる距離を測定する

2通りの方法で求める。
①特定の2点を選んで求める方法
②公式による回帰直線を求める方法

〔手順1〕　高さ x と距離 y の測定

高さを x_i の欄に、距離を y_i の欄に記入する。

その右の欄に、各々の2乗 x_i^2, y_i^2 と、積 x_iy_i を求め、これらの合計を計算する。

表1　計算補助表

No.	x_i	y_i	x_i^2	y_i^2	x_iy_i
1					
2					
3					
4					
5					
6					
7					
8					
9					
10					
11					
12					
13					
14					
15					
16					
17					
18					
19					
20					
計					

〔手順2〕　和、二乗和、積和の計算

$$\sum_{i=1}^{n} x_i = \square, \quad \sum_{i=1}^{n} y_i = \square,$$

$$\sum_{i=1}^{n} x_i^2 = \square, \quad \sum_{i=1}^{n} y_i^2 = \square, \quad \sum_{i=1}^{n} x_iy_i = \square$$

〔手順3〕　平均値、平方和、偏差積和の計算

1) 各々の平均値 $\overline{x}$, $\overline{y}$

$$\overline{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n} = \frac{\square}{\square} = \square, \quad \overline{y} = \frac{\sum_{i=1}^{n} y_i}{n} = \frac{\square}{\square} = \square$$

2) 各々の平方和 S_{xx}, S_{yy}

$$S_{xx} = \sum_{i=1}^{n} x_i^2 - \frac{\left(\sum_{i=1}^{n} x_i\right)^2}{n} = \square - \frac{(\square)^2}{\square} = \square$$

$$S_{yy} = \sum_{i=1}^{n} y_i^2 - \frac{\left(\sum_{i=1}^{n} y_i\right)^2}{n} = \square - \frac{(\square)^2}{\square} = \square$$

3) 偏差積和 S_{xy}

$$S_{xy} = \sum_{i=1}^{n} x_iy_i - \frac{\left(\sum_{i=1}^{n} x_i\right)\left(\sum_{i=1}^{n} y_i\right)}{n} = \square - \frac{\square \times \square}{\square} = \square$$

〔手順4〕　回帰係数の計算

1) 傾き b の計算

$$b = \frac{S_{xy}}{S_{xx}} = \frac{\square}{\square} = \square$$

2) 切片 a の計算

$$a = \overline{y} - b \times \overline{x} = \square - \square \times \square = \square$$

〔手順5〕　高さ x と距離 y の散布図の作成と考察

散布図を描き、転がり距離が 60(cm) になるための、パター機の高さを考えてみよう。

実習３　：「パターヘッドによる距離の違い」

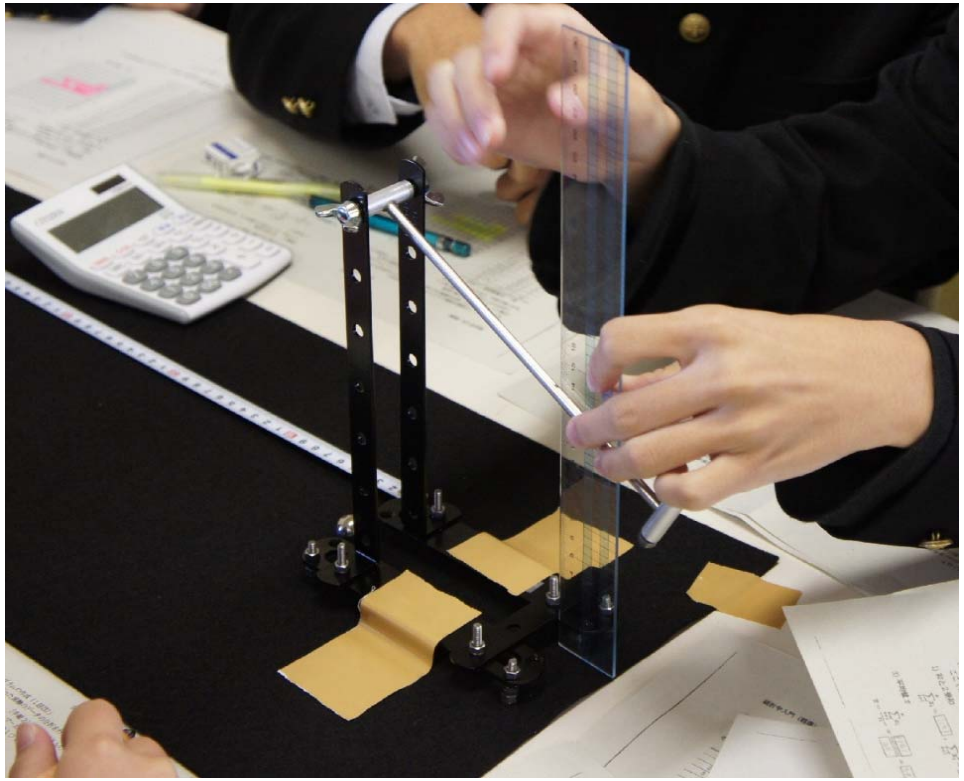
同じ高さから振り下ろしたとき
ヘッドの硬さは関係あるのか

→ 硬いヘッドで測定

→ 柔らかいヘッドで測定

→ 分析

①硬いヘッド
②柔らかいヘッド
③どちらも同じ
　という質問をする



対象者

兵庫県立加古川北高等学校

2年8組42名（男子32名、女子10名）物理選択の理系生徒

補足：現行の学習指導要領で学んでいる生徒であり、統計に関する内容を学校の授業で全く学習していない生徒である。

４～５人のグループを10組作る。

グループの中で、

・実験をメインとなって行う者

・データの記録を行う者

・計算をメインとして行う者

など、各グループで役割分担をして実習していた。

実習の結果・考察

実習1の結果

- この実験の目的は「何回転がしても、ちょうど60cmしか転がらないパッティング機を設定しよう」である。

自分の感覚だけでの実験（20回測定） → 分析 → 特性要因を考える → 要因を制御して実験（20回測定）

- 表1. Cpの値

班	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
実験1	0.633	0.676	1.044	1.015	0.141	0.230	0.631	0.478	0.879	0.416
実験2	0.998	1.362	0.956	0.524	0.286	0.297	0.905	0.478	0.725	1.656
	↗	↗	→	↘	↗	→	↗	→	→	↗

（連続20回を測定、1回目は感覚のみ、2回目は要因を制御させる）

（Cpが0.1程度の変化は、前後の実験で改善が見られないと判断した。）

- 工程能力指数は、上がった班5つ、変化が小さかった班4つ、
- 下がった班1つであった。

1回目の測定から考えた要因

- 下に引いている布のたるみ
- 測定ごとの球の置く位置のズレ
- 実験を行う台が不安定である
- 振り子の角度
- 振り子をはなす手の放し方
- 振り子を支えるねじの強さ
- 振り子の高さ
- 振り子が球に当たる場所の不安定さ

実習1の考察

表2　第10班の実験1，2の結果

回数	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	平均値	Cp
実験1	74	52	39	64	60	62	59	66	70	62	47	57	67	52	64	62	64	60	61	66	60.4	0.41
実験2	56	62	61	60	64	62	62	58	63	62	63	62	60	58	61	59	59	60	59	60	60.55	1.66

（転がり距離　単位　cm　）

変化なし

大きく変化！

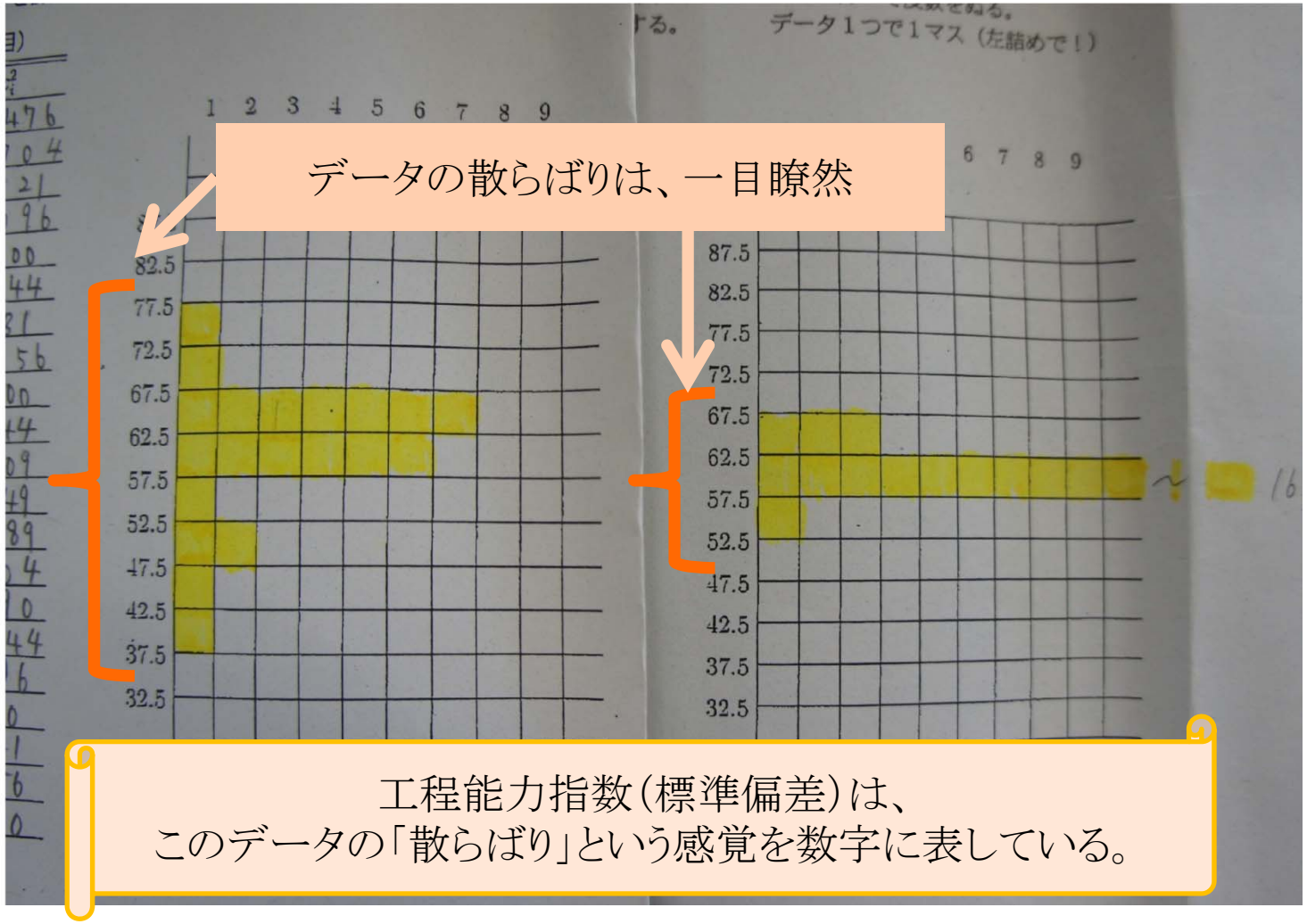
転がり距離の平均値は、
ほとんど変化なし

工程能力指数が
大きく改善されている

生徒の感覚
２回目の実験の方が60cmに
近い値が多かったはずなのに、
平均が同じ？？

生徒の感覚（実験の精度がよくなった）と
工程能力指数の変化（値が上昇した）が
一致する！

さらに、ヒストグラムを考察すると、

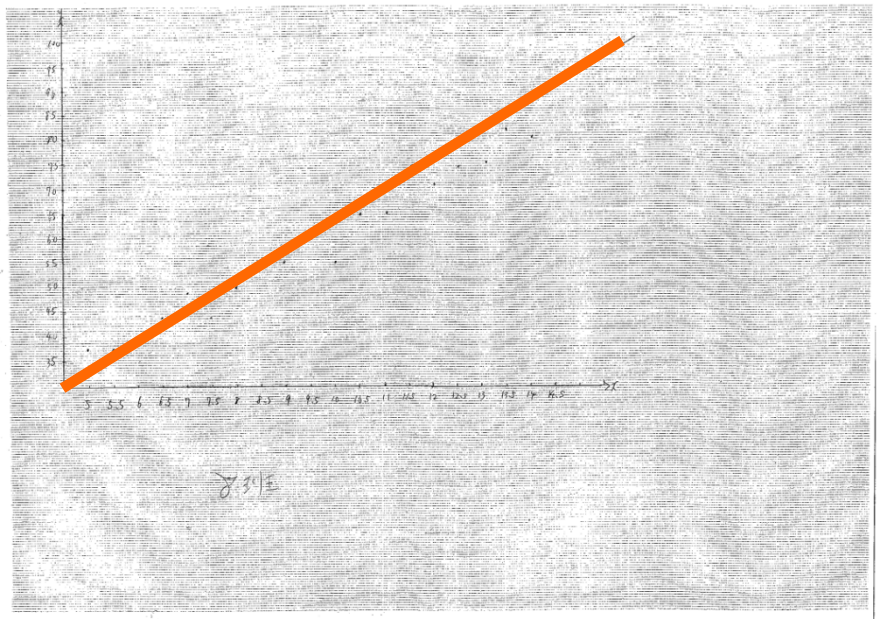


画像１　実習１の実験を比較したヒストグラム

実習2の結果・考察

任意の振り上げ高さに対する転がり距離を測定 → 散布図の作成 → 回帰直線を求める → ちょうど60cm転がるときの振り上げる高さを求める

2つの班での散布図と回帰直線を紹介する。



画像2－1　生徒が描いた散布図

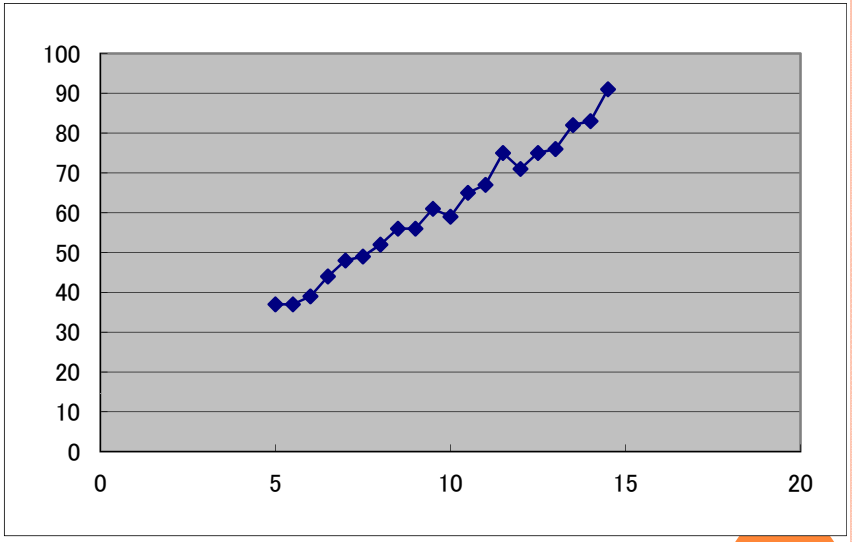
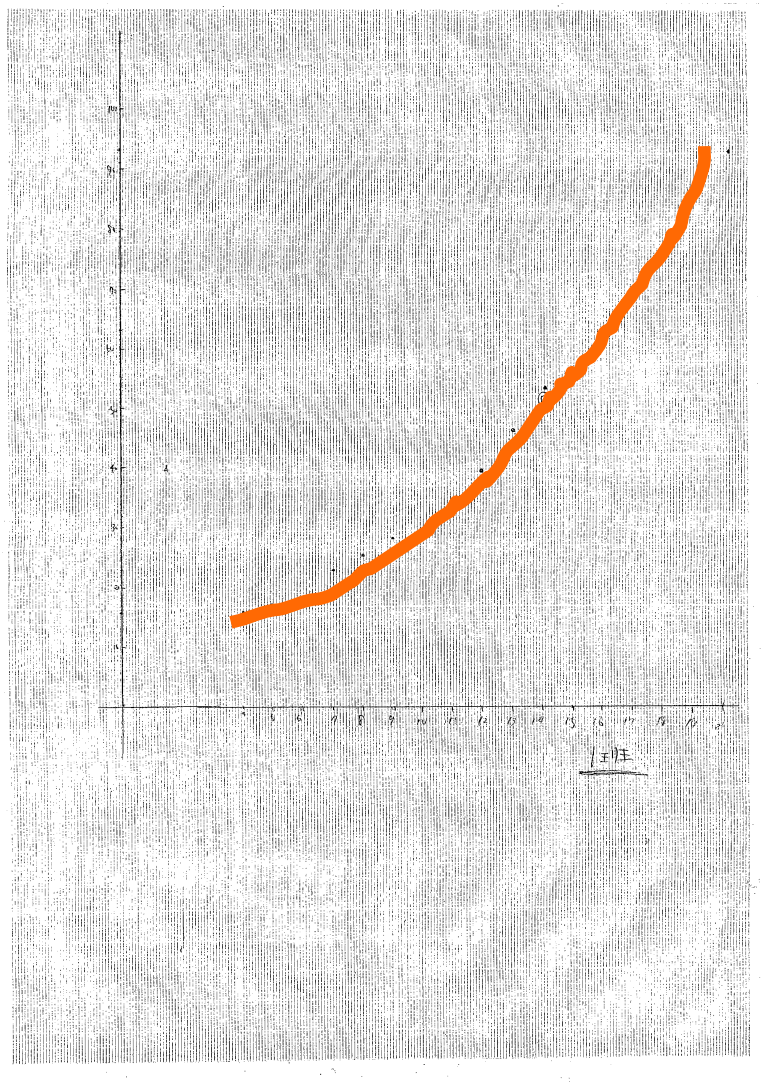


図2－1　　エクセルによる散布図

ここで、点と点を線で結んでいるのは実験順序である。



画像２－２　生徒が描いた散布図

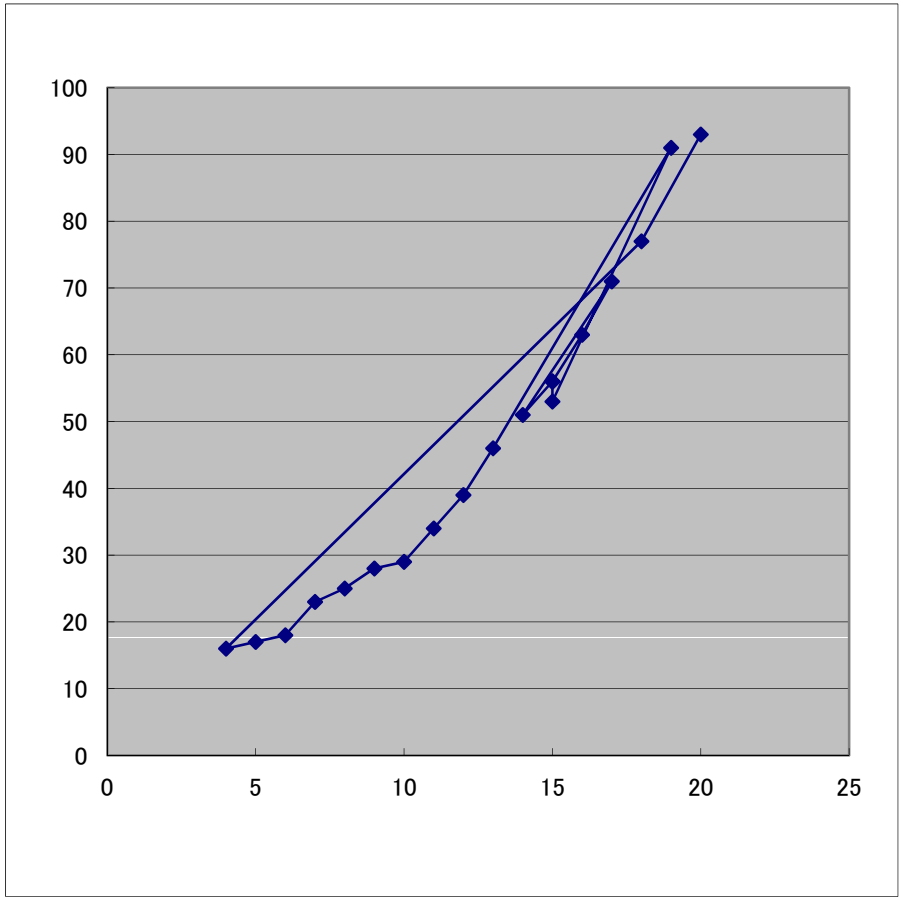


図２－２　エクセルによる散布図

ここで、点と点を線で結んでいるのは実験順序である。

実習3の結果

- ここでは、振り上げの高さを固定して、
- 「ヘッドが硬い方が転がるか、柔らかい方が転がるか？」を検討する。

同じ高さから振り下ろしたとき ヘッドの硬さは関係あるのか → 硬いヘッドで測定 → 柔らかいヘッドで測定 → 分析

- 表3　実習3

班	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
硬いヘッド 転がり距離平均	71.6	57.5	58.7	60.1	72.2	54.5	76.2	66.3	31.8	63.8
柔らかいヘッド 転がり距離平均	60.2	54.5	56.0	74.4	59.8	49.1	65.2	61.9	31.6	55.8
硬いヘッドのCp	0.92	1.09	0.52	0.97	0.70	0.92	1.15	1.18	3.23	1.38
柔らかいのCp	2.53	1.81	0.86	0.69	1.05	1.02	1.34	2.19	3.45	1.00

（転がり距離平均　単位　cm　）

実習3の考察

1) 転がり距離の平均だけで判断すると、
10班中9班が硬いヘッドの方が転がった。
平均値の差の検定結果も、
7つの班で有意差があった。

転がる距離の平均

硬いヘッドの勝ち！

2) 工程能力指数をみると、8つの班で
柔らかい方のCpが大きく、ばらつきが
小さくなることを示唆する結果であった。

転がる距離の散らばり

柔らかいヘッドの勝ち！

3) これらの結果を踏まえて、
生徒に考察させる予定であったが、
時間が足りなくて、考察する時間がなかった。

生徒の感想

・平均がどれだけ60に近くても工程能力指数は良い結果が出ないことがわかった。

・60cmに合わすためにどうやってするのか、自分たちで実際にやってみるとぴったり
合わせるのはとても困難でした。それを考えると、日本の工場で物作りをしている人は本当に精密に計算をし、考えて作っているのですごいと思った。

・計算の担当をしたけど、1つの数字が変わっただけで全部が変わってしまうから、集中してやった。コンピューターの便利さがわかった。

・同じ状態で実験をしたつもりでも結果にばらつきがある。

・頭の中でできそうな気がしても実際はうまくいかないことが多い。

・自分にもっと協調性がほしい。

授業全体を通して

・教室で授業を受けている生徒の顔とは違う一面がみられた。単純に教科書のデータを計算するのではなく、自分たちで測定したデータを元に数値計算を行い、**各班で工程能力指数を競う場面**がみられたことは大変よかった。

・実習で工夫をする場面では、本当にさまざまな工夫がみられた。また、数学・理科の成績がよい成績をとっているものが必ずしも適切な意見をいうとは限らなかった。むしろ、**学年で成績の上位者の生徒の班**は、きっちり測定をしなければならないということに縛られ、**失敗しながら測定の工夫をするということをせず、頭でだけ考えて、回数をこなさず測定に入り**、実験結果は散々なものに終わっていた。失敗を恐れている姿は、いまの高校生によくみられる傾向である。そのような意味でも今回の実習から、**失敗の大切さを生徒には実感させる**ことができたと考えられる。

・今回は1組4,5人のグループ活動にした。そうしたことで、活発な実習ができた。また、グループの中で、リーダーシップをとる生徒、計算を主に行う生徒、パッティング機を動かす生徒など、**自分たちで役割分担をして活動する**光景は素晴らしかった。具体的な作業手順を指示しないことが、このような行動がうまれた背景にある。

・全体の流れとしては、非常にスムーズであり、生徒は混乱することなく活動できていた。ただ、実習2における計算量が非常に多く、役割分担がうまくできていないグループはきちんとした計算ができていなかった。この部分は今後の課題である。しかしながら、**実習2の苦労があってか、実習3の計算は非常に短時間で正確にこなしていた**。このような実習は、一見大変な計算を強いるように感じられるだろうが、実習を通して行った計算量が副産物としての正確な計算力の向上をもたらしたと考えられる。

・今回の実習を通じて学んだことをきっかけに、世の中のデータには、すべて散らばりがあることを確かめるために、冬休みの課題として、「まわりにあるデータのばらつきを探せ！」という題目のレポート課題を出した。

5. 授業後、冬休みの課題

「世の中の散らばりを見つけよう！」というタイトル

各自、自分でテーマを見つけ、データを50回測定。

冬休み課題　～ばらつきを調べる～

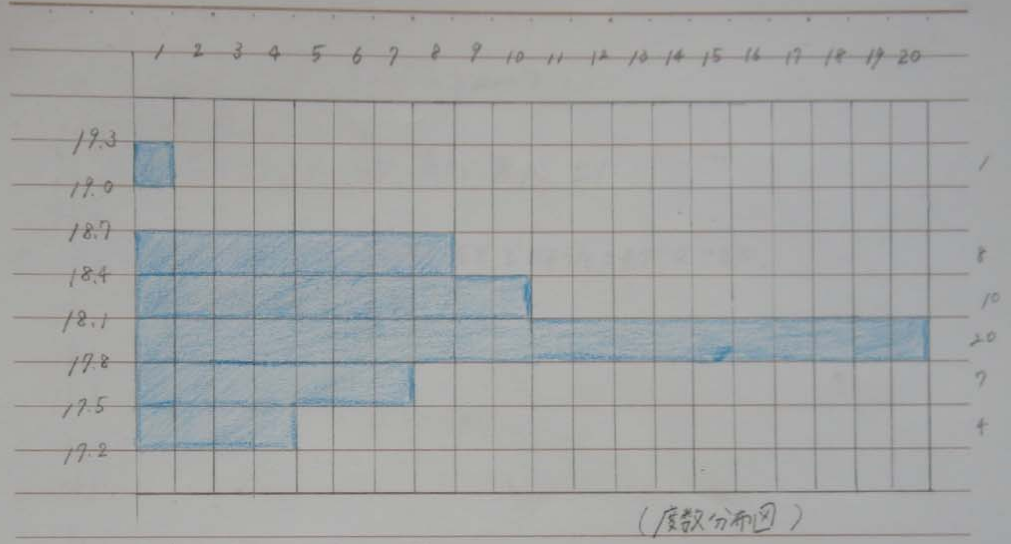
調べたもの → ビスコの縦(長い方)と横(短い方)の長さ
x　y

○測定結果

(i)・ビスコの横の長さ(mm)

	y_i	y_i^2		y_i	y_i^2
1	24.1	580.81	31	24.8	615.04
2	24.6	605.16	32	24.7	610.09
3	24.5	600.25	33	24.4	595.36
4	24.8	615.04	34	24.7	610.09
5	24.8	615.04	35	24.6	605.16

学校の階段の1段の高さを測定



（度数分布図）

※ ○ < x_i < ○ とする。

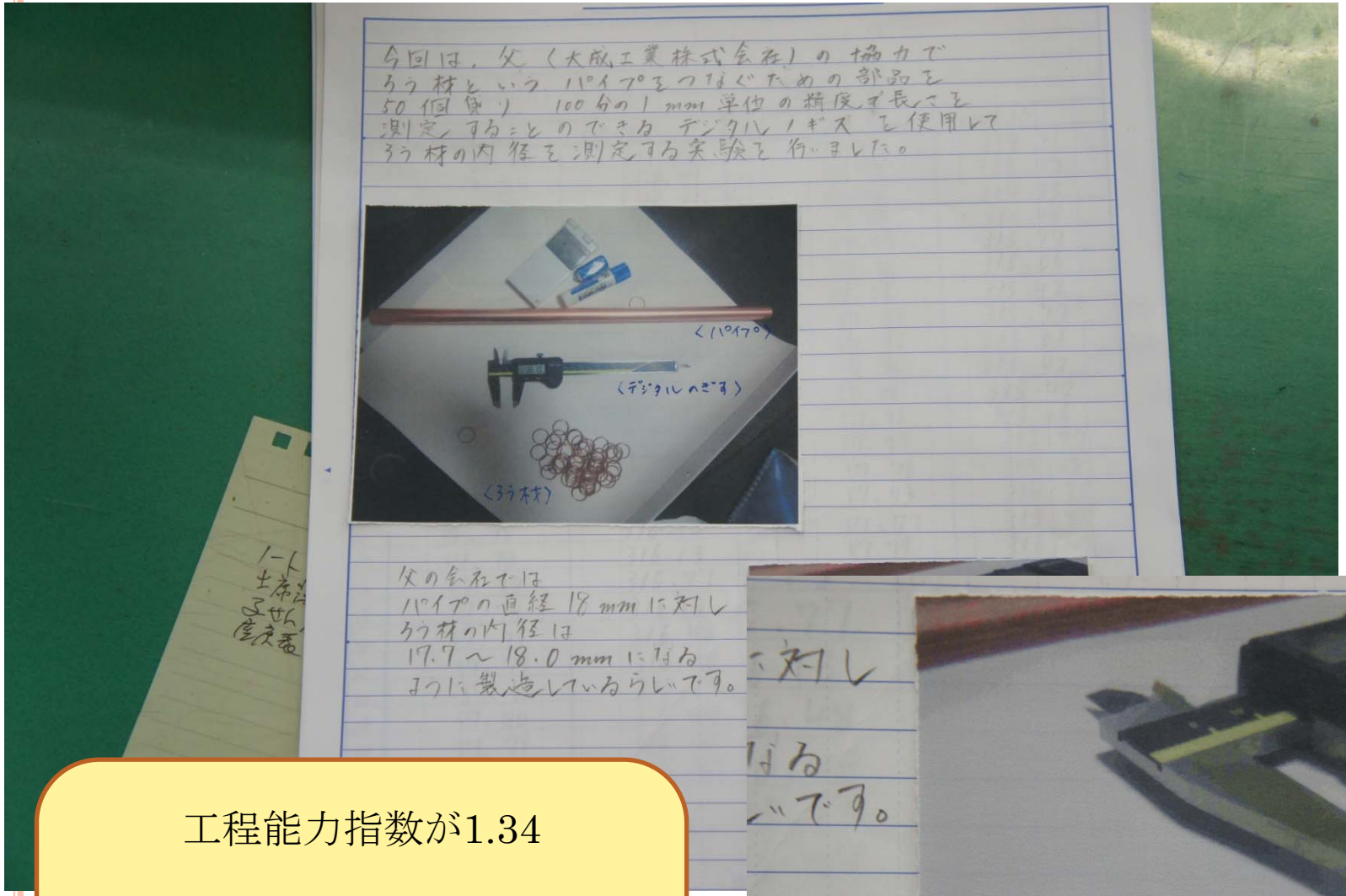
1）和と2乗和　$\sum_{i=1}^{n} x_i = 904$，　$\sum_{i=1}^{n} x_i^2 = 1635.10$

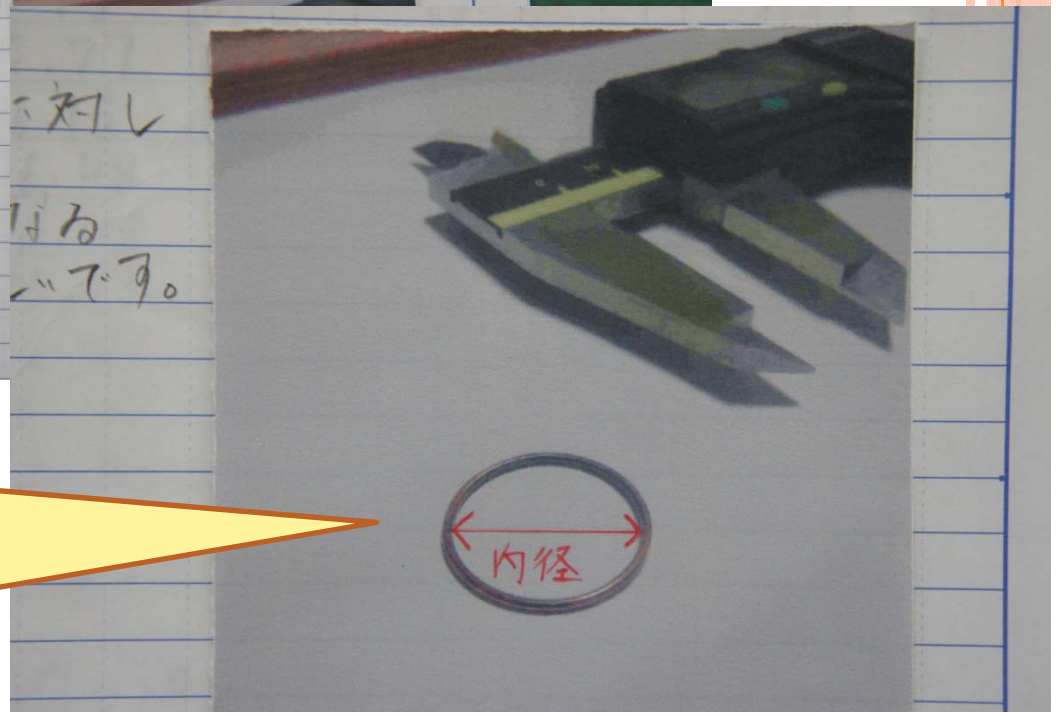
2）平均値 $\bar{x}$　$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n} = \frac{904}{50} = 18.08$

1）平和和 S　$S = \sum_{i=1}^{n} x_i^2 - \frac{(\sum_{i=1}^{n} x_i)^2}{n} = 1635.10 - \frac{817216}{50} = 6.78$

2）標準偏差 s　$s = \sqrt{\frac{S}{n-1}} = \sqrt{\frac{7}{49}} = 0.38$

$$Cp = \frac{S_U - S_L}{6s} = \frac{18.5 - 17.5}{6 \times 0.38} = 0.49$$





工程能力指数が1.34

<u>生徒の感想</u>

お父さんの会社はすごい。日本の工業製品の正確さがすごいことを実感しました。

冬休み課題タイトル一覧

・不二家のホームパイ2枚1包（標準11．6g）
・生卵の重さのばらつき
・1箱に入っているリンゴの重さ
・電車の到着時刻（秒）
・バスの到着予定時刻と到着時刻の誤差（秒）
・もちの重さ
・市販のくぎの長さ（標準25．0mm）
・学校の階段の高さのばらつき
・1円硬貨の直径、厚さのばらつき、10円の重さ
・つまようじの長さ
・年賀状の縦の長さ（標準14.80mm）
・餃子の重さ
・ビスコの縦の長さ、横の長さ
・小さじ1杯の塩の量

今後の展望

・今回の実習では、パッティング機をあらかじめ組み立てた状態から、
測定を行った。
発展させるとすると、組み立てず、ばらばらの状態からスタートすると
様々な試行錯誤ができるであろう。
自分たちで組み立てる作業からスタートすれば、特性要因もさらに深く、
考えることができ、精度の高いパッティング機の作成についての考察や
実習ができるのではないかと考えている。

・物理の教科とコラボレーションして授業を行えば、さらに横断的な
内容で、かつ、さらに深い工夫をこらしたデータの測定ができる。
数学的に、データの分析をし、物理学的な要因を含めて改善して
いくことで、今回とは全く違う見方ができるようになるであろう。

データの分析
授業展開（案）

実習1:「何回転がしても、ちょうど60cmしか転がらないパッティング機を設定しよう」

自分の感覚だけでの実験(20回測定) → 分析 → 特性要因を考える → 要因を制御して実験(20回測定)

実験データを分析し、
工程能力指数(もしくは、標準偏差)
の変化を考察

↓

データが散らばっているという「感覚」と
工程能力指数の「数字」をリンクさせる!

所要時間:50分×2

実習1の値を用いて、度数分布表を作る

中央値は、62

回数	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
実験1	74	52	39	64	60	62	59	66	70	62

11番目

11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	平均値	Cp
47	57	67	52	64	62	64	60	61	66	60.4	0.41

10番目

最頻値（モード）＝65

階級	度数	相対度数
72.5cm以上77.5cm未満	1	0．05
	1	0．05
67.5cm以上72.5cm未満		0．　5
	6	0．
62.5cm以上67.5cm未満	1	0．05
57.5cm以上62.5cm未満	2	0．1
	1	0．05
52.5cm以上57.5cm未満	1	0．05
	20	1．00
47.5cm以上52.5cm未満		

11

ここに
10番目と
11番目の
データがある

実習1の値を用いて、箱ひげ図をかく

中央値は、62

回数	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
実験1	74	52	39	64	60	62	59	66	70	62

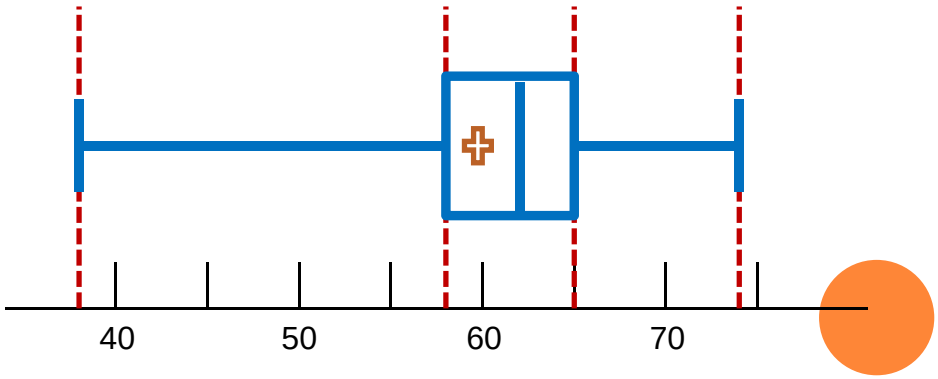
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	平均値	Cp
47	57	67	52	64	62	64	60	61	66	60.4	0.41

階級	度数	相対度数
72.5cm以上77.5cm未満	1	0．05
67.5cm以上72.5cm未満	1	0．05
		0．　5
62.5cm以上67.5cm未満	6	0．
57.5cm以上62.5cm未満	1	0．05
	2	0．1
52.5cm以上57.5cm未満	1	0．05
47.5cm以上52.5cm未満	1	0．05
42.5cm以上47.5cm未満	20	1．00
37.5cm以上42.5cm未満		

第1　　位数は、
5番目と6番目の平均値より、5

中央値（第2　　位数）は、62

第　　位数は、
15番目と16番目の平均値より、65



実習3の値を用いて、相関係数を求める

柔らかいヘッドで転がった距離と硬いヘッドで転がった距離の相関関係を求めさせる。

所要時間：50分×2

↓

問題演習

自分たちが測定したデータ ⇒ 演習を行う

どのような数字であるか
イメージしながら計算できる

＝

定着率がUP
（期待！！）

平成24年度　統計指導者講習会
高等学校　実践事例報告

教室内で体験できる！
データが散らばっている「感覚」を
標準偏差という「数字」で納得しよう

シミュレーション器材（パッティング機）を用いた
データの分析　教育実践報告

発表者　兵庫県立加古川北高等学校　教諭　林　宏樹
civic_15z@yahoo.co.jp
連名者　稲葉太一（神戸大学）
荒木孝治（関西大学）
（社）日本品質管理学会関西支部　品質管理教育教材開発研究会