

[99センター本試 センター本試]

解説

(1) 割り算を実行すると

商は $x^2 + (a-1)x + (-a+b+2)$, 余りは $(2a-b-2)x + (-a+b+4)$
よって, すべての x に対して

$x^2 + (a-1)x + (-a+b+2) = x^2 + x - 1 + c$, $(2a-b-2)x + (-a+b+4) = d$
であればよい.

ゆえに $a-1=1$, $-a+b+2=-1+c$, $2a-b-2=0$, $-a+b+4=d$

これを解くと $a=^ア2$, $b=^イ2$, $c=^ウ3$, $d=^エ4$

また $x = \frac{-1 + \sqrt{17}}{2}$ のとき $(2x+1)^2 = 17$ から $x^2 + x - 1 = 3$

ゆえに $A = ^オ3$

$$B = x^4 + 2x^3 + 2x^2 + x + 2 = (x^2 + x - 4)(x^2 + x + 5) + 22$$

ゆえに $B = ^カキ22$

(2) 条件③において, $ab > 0$ から a と b は同符号.

更に $a+b > 0$ から $a > 0$ かつ $b > 0$

ゆえに $ク③$

また, 条件④は $a > 0$ かつ $b > 0$ かつ $a^2 - 4b > 0$ と同値.

条件②は $a \neq 0$ または $b \neq 0$ と同値.

よって, 条件①~④を表す集合 $P_0 \sim P_4$ の包含関係は $P_4 \subset P_0 = P_3 \subset P_1 \subset P_2$

ゆえに $ケ④$, $コ②$

また、①の否定は、③の否定と同値であるからサ⑥

参考 条件①～④を表す領域を図示すると次のようになる。これらを利用すると早い。

