

[98センター本試 センター本試]

解説

$$(1) f(60^\circ) = \sqrt{6} \cdot \frac{1}{2} + \sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{6}$$

(2) $f(\theta) = 2\sqrt{2} \sin(\theta + 60^\circ)$, $60^\circ \leq \theta + 60^\circ \leq 150^\circ$ であるから $\theta = 90^\circ$ のとき, $f(\theta)$ は最小値 $\sqrt{2}$ をとる.

(3) $g(\theta) = 2\sqrt{2} \cos(\theta + 60^\circ)$ と表される.

$$\text{特に } g(\theta) = -\frac{8\sqrt{2}}{5} \text{ ならば } \cos(\theta + 60^\circ) = -\frac{4}{5}$$

$$\text{よって } \sin(\theta + 60^\circ) = \sqrt{1 - \left(-\frac{4}{5}\right)^2} = \frac{3}{5}$$

$$\text{ゆえに } f(\theta) = 2\sqrt{2} \cdot \frac{3}{5} = \frac{6\sqrt{2}}{5}$$

$$\text{また, 連立方程式 } \sin(\theta + 60^\circ) = \frac{3}{5}, \cos(\theta + 60^\circ) = -\frac{4}{5}$$

$$\text{すなわち } \frac{1}{2} \sin \theta + \frac{\sqrt{3}}{2} \cos \theta = \frac{3}{5}, -\frac{\sqrt{3}}{2} \sin \theta + \frac{1}{2} \cos \theta = -\frac{4}{5} \text{ を解いて}$$

$$\sin \theta = \frac{3 + 4\sqrt{3}}{10}$$