［02センター追試 センター追試］

O を原点とする座標平面において，2 点 A(1，0)，B(−1，0) をとる。次の二つの曲線 C_1，C_2 を考える。

$$C_1：y=mx^2+nx \qquad C_2：y=px^3+qx^2+rx$$

ここで C_1 は 2 点 O，A を通り，C_1 の O における接線の傾きは 1 である。

また，C_2 は 3 点 O，A，B を通り，C_2 の O における接線の傾きは a $(a>0)$ である。

(1)　このとき $m=\boxed{アイ}$，$n=\boxed{ウ}$ であり，$p=\boxed{エオ}$，$q=\boxed{カ}$，$r=\boxed{キ}$ である。

(2)　C_1 と C_2 の交点の x 座標は $x=0$，$\boxed{ク}$，$\dfrac{\boxed{ケ}}{\boxed{コ}}-\boxed{サ}$ である。

したがって，C_1 と C_2 が $0<x<1$ において交わるような a の値の範囲は

$\dfrac{\boxed{シ}}{\boxed{ス}}<a<\boxed{セ}$ である。

(3)　a は $0<a<1$ を満たすとする。

C_1 の A における接線を ℓ_1 とすると，ℓ_1 の方程式は $y=\boxed{ソ}x+\boxed{タ}$ である。

C_2 の O における接線を ℓ_2 とする。

x 軸と ℓ_1，ℓ_2 で囲まれた部分の面積は $\dfrac{\boxed{チ}}{\boxed{ツ}\left(\boxed{テ}+1\right)}$ である。

また，x 軸と C_1 で囲まれた部分の面積は $\dfrac{\boxed{ト}}{\boxed{ナ}}$ である。

ℓ_2 と C_1 で囲まれた部分の面積を S_1 とし，また，ℓ_1，ℓ_2 および C_1 の三つで囲まれた部分の面積を S_2 とする。$S_1=S_2$ となるのは $a=\dfrac{\boxed{ニ}}{\boxed{ヌ}}$ のときである。