［07センター本試 センター本試］

三つの数列 $\{a_n\}$，$\{b_n\}$，$\{c_n\}$ がある。

(1)　数列 $\{a_n\}$ は，初項が -27 で，漸化式 $a_{n+1}=3a_n+60$（$n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots\cdots$）を満たすとする。このとき $a_n=\boxed{\text{ア}}^n-\boxed{\text{イウ}}$ である。

数列 $\{a_n\}$ の初項から第 n 項までの和 S_n は

$$S_n=\frac{\boxed{\text{エ}}}{\boxed{\text{オ}}}\left(\boxed{\text{カ}}^n-\boxed{\text{キ}}\right)-\boxed{\text{イウ}}n$$

である。また，$S_n>0$ となる最小の自然数 n は $\boxed{\text{ク}}$ である。

(2)　第 n 項が $2b_n+c_n$ で与えられる数列 $\{2b_n+c_n\}$ は，初項が 0 で公差が d の等差数列になり，第 n 項が b_n-2c_n で与えられる数列 $\{b_n-2c_n\}$ は，初項が x で公比が r の等比数列になるとする。このとき b_n+c_n は

$$b_n+c_n=\frac{\boxed{\text{ケ}}}{\boxed{\text{コ}}}d(n-1)-\frac{\boxed{\text{サ}}}{\boxed{\text{シ}}}xr^{n-1}$$

と表される。

(3)　数列 $\{a_n\}$，$\{b_n\}$，$\{c_n\}$ は (1)，(2) を満たすとする。さらに，第 n 項が b_n+c_n で与えられる数列 $\{b_n+c_n\}$ の階差数列は，数列 $\{a_n\}$ であるとする。このとき

$$a_n=\frac{\boxed{\text{ケ}}}{\boxed{\text{コ}}}d+\frac{\boxed{\text{サ}}}{\boxed{\text{シ}}}x(1-r)r^{n-1}$$

であるから，(1) より $r=\boxed{\text{ス}}$，$x=\dfrac{\boxed{\text{セソタ}}}{\boxed{\text{チ}}}$，$d=\boxed{\text{ツテト}}$ である。

したがって，数列 $\{b_n\}$，$\{c_n\}$ の第 n 項は，それぞれ

$$b_n=-\frac{\boxed{\text{ナ}}^n}{\boxed{\text{ニ}}}-\boxed{\text{ヌネ}}(n-1),\quad c_n=\boxed{\text{ノ}}^n-\boxed{\text{ハヒ}}(n-1)$$

である。