

解説

$$(1) \quad a_1 = S_1 = -1^2 + 24 \cdot 1 = \text{アイ} 23$$

$$a_2 = S_2 - a_1 = (-2^2 + 24 \cdot 2) - 23 = \text{ウエ} 21$$

$n \geq 2$ のとき

$$a_n = S_n - S_{n-1} = (-n^2 + 24n) - \{-(n-1)^2 + 24(n-1)\} = -2n + 25$$

(これは $n=1$ のときにも成り立つ。)

$$a_n < 0 \text{ とすると } \quad -2n + 25 < 0$$

$$\text{よって } \quad n > \frac{25}{2} = 12.5$$

$$n \text{ は自然数であるから } \quad n \geq \text{オカ} 13$$

$$\text{ゆえに, } 1 \leq n \leq 12 \text{ のとき } \quad a_n > 0$$

$$n \geq 13 \quad \text{のとき} \quad a_n < 0$$

したがって

$$\begin{aligned} \sum_{k=1}^{40} |a_k| &= \sum_{k=1}^{12} a_k + \sum_{k=13}^{40} (-a_k) = \sum_{k=1}^{12} a_k - \left(\sum_{k=1}^{40} a_k - \sum_{k=1}^{12} a_k \right) = 2 \sum_{k=1}^{12} a_k - \sum_{k=1}^{40} a_k = 2S_{12} - S_{40} \\ &= 2(-12^2 + 24 \cdot 12) - (-40^2 + 24 \cdot 40) = 288 + 640 = \text{キクケ} 928 \end{aligned}$$

$$(2) \quad (\text{i}) \quad b_k = 1 \cdot 3^{k-1} = 3^{k-1}$$

$$b_3 = 3^2 = 9, \quad b_4 = 3^3 = 27 \text{ であるから } \quad c_{10} = b_3 = \text{コ} 9$$

$b_4 = 27, \quad b_5 = 81$ であるから, $c_n = 27$ である自然数 n は全部で $80 - 26 = \text{サン} 54$ (個) ある。

$$(\text{ii}) \quad b_1 = 1, \quad b_2 = 3, \quad b_3 = 9, \quad b_4 = 27, \quad b_5 = 81$$

$$\text{よって, } 1 \leq n < 3 \quad \text{のとき} \quad c_n = 1$$

$$3 \leq n < 9 \quad \text{のとき} \quad c_n = 3$$

$$9 \leq n < 27 \quad \text{のとき} \quad c_n = 9$$

$$27 \leq n \leq 30 \quad \text{のとき} \quad c_n = 27$$

したがって

$$\sum_{k=1}^{30} c_k = 1 \cdot 2 + 3 \cdot (8 - 2) + 9 \cdot (26 - 8) + 27 \cdot (30 - 26) = 2 + 18 + 162 + 108 = \text{スセソ} 290$$