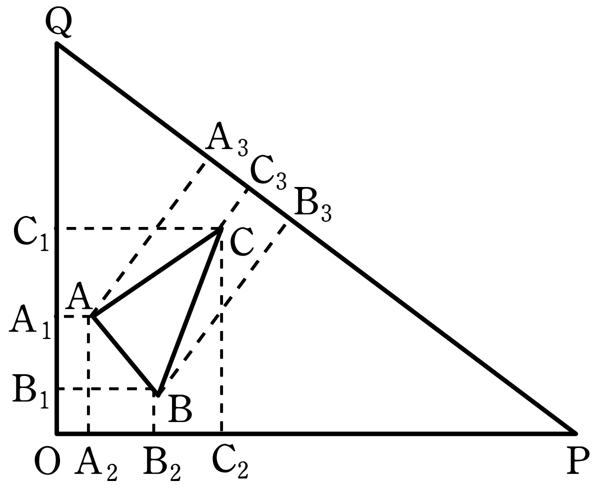
［05センター本試 センター本試］

座標平面上の 3 点 O $(0,\ 0)$，P $(4,\ 0)$，Q $(0,\ 3)$ を頂点とする三角形 OPQ の内部に三角形 ABC があるとする。A，B，C から直線 OQ に引いた垂線とOQ との交点をそれぞれ A_1，B_1，C_1 とする。A，B，C から直線 OP に引いた垂線と OP との交点をそれぞれ A_2，B_2，C_2 とする。A，B，C から直線 PQ に引いた垂線と PQ との交点をそれぞれ A_3，B_3，C_3 とする。



A_1 が線分 B_1C_1 の中点であり，B_2 が線分 A_2C_2 の中点であり，C_3 が線分 A_3B_3 の中点であるとする。

$\overrightarrow{AB}=(x,\ y)$，$\overrightarrow{AC}=(z,\ w)$ とおく。A_1 が線分 B_1C_1 の中点であるから $w=\boxed{\text{ア}}\,y$ である。B_2 が線分 A_2C_2 の中点であるから $z=\boxed{\text{イ}}\,x$ である。

線分 AB の中点を D とすると，C_3 が線分 A_3B_3 の中点であるから $\overrightarrow{CD}\cdot\overrightarrow{PQ}=\boxed{\text{ウ}}$ である。

また，$\overrightarrow{PQ}=\left(\boxed{\text{エオ}},\ \boxed{\text{カ}}\right)$，$\overrightarrow{CD}=\dfrac{\boxed{\text{キ}}}{\boxed{\text{ク}}}\left(\overrightarrow{AB}-\boxed{\text{ケ}}\,\overrightarrow{AC}\right)$ であるから

$y=\dfrac{\boxed{\text{コサ}}}{\boxed{\text{シ}}}x$ である。

したがって $\overrightarrow{AB}=x\left(1,\ \dfrac{\boxed{\text{コサ}}}{\boxed{\text{シ}}}\right)$，$\overrightarrow{AC}=x\left(\boxed{\text{イ}},\ \dfrac{\boxed{\text{ス}}}{\boxed{\text{セ}}}\right)$ である。

ゆえに $AC=\dfrac{\boxed{\text{ソ}}\sqrt{\boxed{\text{タチ}}}}{\boxed{\text{ツ}}}AB$，$\cos\angle BAC=\dfrac{\sqrt{\boxed{\text{テト}}}}{\boxed{\text{ナニ}}}$ である。