［05センター本試 センター本試］

解説

(1)　$2^x=\left(\dfrac{5}{2}\right)^y$ から　$x=\log_2\left(\dfrac{5}{2}\right)^y=y\log_2\dfrac{5}{2}=y(\log_2{}^{ア}5-{}^{イ}1)$

したがって　$b-a=\dfrac{5}{2}y-2x=\dfrac{5}{2}y-2y(\log_2 5-1)=y\left(\dfrac{{}^{ウ}9}{2}-2\log_2 5\right)$　……①

ここで　$\dfrac{9}{2}=\log_2 2^{\frac{9}{2}}=\log_2 16\sqrt{2}$

$2\log_2 5=\log_2 5^2=\log_2 25$

$16\sqrt{2}<25$ であり，底 2 は 1 より大きいから

$\log_2 16\sqrt{2}<\log_2 25$　　すなわち　$\dfrac{9}{2}<2\log_2 5$

$y>0$ であるから，① より　$b-a<0$

よって，$b<a$ であるから，a と b を比べると ${}^{エ}a$ の方が大きい。

(2)　$2^x=3^z$ から　$x=\log_2 3^z=z\log_2{}^{オ}3$

したがって　$c-a=3z-2x=3z-2z\log_2 3=z(3-2\log_2 3)$　……②

ここで　$3=\log_2 2^3=\log_2 8$

$2\log_2 3=\log_2 3^2=\log_2 9$

$8<9$ であり，底 2 は 1 より大きいから

$\log_2 8<\log_2 9$　　すなわち　$3<2\log_2 3$

$z>0$ であるから，② より　$c-a<0$

よって，$c<a$ であるから，a と c を比べると ${}^{カ}a$ の方が大きい。

(3)　$\left(\dfrac{5}{2}\right)^y=3^z$ から　$\left(\dfrac{5}{2}\right)^{6y}=3^{6z}$　……③

$3^5<\left(\dfrac{5}{2}\right)^6$ であるから　$\left(\dfrac{5}{2}\right)^{6y}=\left\{\left(\dfrac{5}{2}\right)^6\right\}^y>(3^5)^y=3^{5y}$　……④

③，④ から　$3^{6z}>3^{5y}$　　よって　$6z>5y$

ゆえに　$b-c=\dfrac{5}{2}y-3z=\dfrac{1}{2}(5y-6z)<0$

よって，$b<c$ となるから，${}^{キ}b<{}^{ク}c<{}^{ケ}a$ が成り立つ。