［04センター本試 センター本試］

解説

(1)　等比数列 $\{a_n\}$ の初項を a，公比を r とする．ただし，$\{a_n\}$ は整数からなる数列であるから a，r は整数である．

$a_1+a_2=32$，$a_4+a_5=864$ から　$a+ar=32$ …… ①，　$ar^3+ar^4=864$ …… ②

② から　$r^3(a+ar)=864$

これに ① を代入すると　$32r^3=864$

よって　$r^3=27$

r は整数であるから　$r=3$　…… ③

③ を ① に代入して　$a+3a=32$

よって　$a=8$　…… ④

③，④ から　$a_n={}^{ア}8\cdot{}^{イ}3^{n-1}$

このとき　$\displaystyle\sum_{k=1}^{n}(a_k+4k-2)=8\sum_{k=1}^{n}3^{k-1}+4\sum_{k=1}^{n}k-2\sum_{k=1}^{n}1$

$$=8\cdot\frac{3^n-1}{3-1}+4\cdot\frac{1}{2}n(n+1)-2n$$

$$={}^{ウ}4\cdot{}^{エ}3^n+{}^{オ}2n^2-{}^{カ}4$$

(2)　$\dfrac{9}{37}=0.2432432\cdots\cdots=0.\dot{2}4\dot{3}$

よって　$b_n=\begin{cases}2 & (n=3m-2)\\ 4 & (n=3m-1)\\ 3 & (n=3m)\end{cases}$　$(m=1,\ 2,\ 3,\ \cdots\cdots)$

$\{b_n\}$ は 3 項ごとに同じ数が現れるから　$p={}^{キ}3$

また　$\displaystyle\sum_{k=1}^{100}b_k=\sum_{m=1}^{33}(b_{3m-2}+b_{3m-1}+b_{3m})+b_{100}$

$$=\sum_{m=1}^{33}(2+4+3)+2$$

$$=9\times33+2={}^{クケコ}299$$