［04センター本試 センター本試］

(1)　座標平面上の放物線 $y=x^2$ を C とする。a は $a \fallingdotseq 1$ を満たす実数とし，C 上に点 $\mathrm{P}(a+1,\ (a+1)^2)$ と点 $\mathrm{Q}(2a,\ 4a^2)$ をとる。

2 点 P，Q を通る直線を ℓ とすると，ℓ の方程式は

$y=\left(\boxed{\text{ア}}a+\boxed{\text{イ}}\right)x-\boxed{\text{ウ}}a^2-\boxed{\text{エ}}a$ である。

次に，b は $b \fallingdotseq 1$，$b \fallingdotseq a$ を満たす実数として，2 点 $\mathrm{R}(b+1,\ (b+1)^2)$，$\mathrm{S}(2b,\ 4b^2)$ を通る直線を m とする。直線 ℓ ，m の交点 T は

$$\mathrm{T}\left(\frac{\boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{カ}}}(a+b+1),\ \boxed{\text{キ}}ab+\frac{\boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{カ}}}(a+b+1)\right)$$

である。よって，b を限りなく a に近づけるとき，点 T は限りなく点

$$\mathrm{U}\left(\frac{\boxed{\text{ク}}}{\boxed{\text{ケ}}}a+\frac{\boxed{\text{コ}}}{\boxed{\text{ケ}}},\ \boxed{\text{サ}}a^2+\frac{\boxed{\text{ク}}}{\boxed{\text{ケ}}}a+\frac{\boxed{\text{コ}}}{\boxed{\text{ケ}}}\right)$$

に近づく。

(2)　(1) で求めた点 U は，a の値によらない放物線

$D：y=\dfrac{\boxed{\text{シ}}x^2-\boxed{\text{ス}}x+\boxed{\text{セ}}}{\boxed{\text{ソ}}}$ 上にある。

さらに，点 U における放物線 D の接線の傾きは $\boxed{\text{タ}}a+\boxed{\text{チ}}$ である。

放物線 D の接線で原点 O を通るものは $y=x$ と $y=\boxed{\text{ツテ}}x$ の二つである。

(3)　二つの放物線 C，D の共有点の座標は $\left(\boxed{\text{ト}},\ \boxed{\text{ナ}}\right)$ である。

放物線 C，D および y 軸で囲まれた部分の面積は $\dfrac{\boxed{\text{ニ}}}{\boxed{\text{ヌ}}}$ である。