［02センター追試 センター追試］

平面上の 3 点 O，A，B が $\left|\overrightarrow{\mathrm{OA}}+\overrightarrow{\mathrm{OB}}\right|=\left|2\overrightarrow{\mathrm{OA}}+\overrightarrow{\mathrm{OB}}\right|=\left|\overrightarrow{\mathrm{OA}}\right|=1$ を満たしているとする。

(1)　$\overrightarrow{\mathrm{OA}}$ と $\overrightarrow{\mathrm{OB}}$ の内積は $\overrightarrow{\mathrm{OA}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{OB}}=-\dfrac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}$ である。また，$\left|\overrightarrow{\mathrm{OB}}\right|=\sqrt{\boxed{\text{ウ}}}$ である。したがって，$\left|\overrightarrow{\mathrm{AB}}\right|=\sqrt{\boxed{\text{エ}}}$ となる。

(2)　三角形 OAB の面積は $\dfrac{\sqrt{\boxed{\text{オ}}}}{\boxed{\text{カ}}}$ である。また，O から辺 AB に下ろした垂線の長さは $\dfrac{\sqrt{\boxed{\text{キク}}}}{\boxed{\text{ケコ}}}$ である。

(3)　点 P が平面上を $\left|\overrightarrow{\mathrm{OP}}\right|=\left|\overrightarrow{\mathrm{OB}}\right|$ を満たしながら動くとき，三角形 PAB の面積 S の最大値を求めよう。P から AB に下ろした垂線の長さの最大値は

$\sqrt{\boxed{\text{サ}}}\left(1+\dfrac{\sqrt{\boxed{\text{シ}}}}{\boxed{\text{スセ}}}\right)$ であるから，S の最大値は $\dfrac{\sqrt{\boxed{\text{ソ}}}+2\sqrt{\boxed{\text{タチ}}}}{\boxed{\text{ツ}}}$ である。