

[00センター本試 センター本試]

解説

$$(1) AP^2 = (x-4)^2 + (y-3)^2$$

また、 $OP : AP = 2 : 3$ から $3OP = 2AP$

両辺を平方して $9OP^2 = 4AP^2$

よって $9(x^2 + y^2) = 4\{(x-4)^2 + (y-3)^2\}$

整理すると $x^2 + y^2 + \frac{32}{5}x + \frac{24}{5}y - 20 = 0$

これを变形すると $\left(x + \frac{16}{5}\right)^2 + \left(y + \frac{12}{5}\right)^2 = 36$

したがって、 C は点 $Q\left(-\frac{16}{5}, -\frac{12}{5}\right)$ を中心とする半径 6 の円である。

$$(2) OQ^2 = \left(-\frac{16}{5}\right)^2 + \left(-\frac{12}{5}\right)^2 = 16$$

よって $OQ = 4$

また、点 Q は直線 OA 上にあるから $\angle QOR = 90^\circ$

ゆえに、 $\triangle QOR$ において、三平方の定理から

$$OQ^2 + OR^2 = QR^2$$

よって $OR^2 = QR^2 - OQ^2 = 36 - 16 = 20$

したがって $OR = 2\sqrt{5}$

