

[00センター本試 センター本試]

解説

$$(1) AP^2 = (x-4)^2 + (y-3)^2$$

また、 $OP : AP = 2 : 3$  から  $3OP = 2AP$

両辺を平方して  $9OP^2 = 4AP^2$

よって  $9(x^2 + y^2) = 4\{(x-4)^2 + (y-3)^2\}$

整理すると  $x^2 + y^2 + \frac{32}{5}x + \frac{24}{5}y - 20 = 0$

これを变形すると  $\left(x + \frac{16}{5}\right)^2 + \left(y + \frac{12}{5}\right)^2 = 36$

したがって、 $C$  は点  $Q\left(-\frac{16}{5}, -\frac{12}{5}\right)$  を中心とする半径  $6$  の円である。

$$(2) OQ^2 = \left(-\frac{16}{5}\right)^2 + \left(-\frac{12}{5}\right)^2 = 16$$

よって  $OQ = 4$

また、点  $Q$  は直線  $OA$  上にあるから  $\angle QOR = 90^\circ$

ゆえに、 $\triangle QOR$  において、三平方の定理から

$$OQ^2 + OR^2 = QR^2$$

よって  $OR^2 = QR^2 - OQ^2 = 36 - 16 = 20$

したがって  $OR = 2\sqrt{5}$

